丹羽敏雄,大槻舒一両氏の講演に対する質問とコメント (力学系の総合的研究)

占部, 実

数理解析研究所講究録
245巻 1975年 167-170

丹羽敏雄，大槻舜一両氏の講演に対する質問とコメント

九州大学理学部 占部 実

質問1. Hamiltonian system は mechanical system としては特殊な system で，このため扱いの上では，簡単になる面と，また一方その特殊性のためかえって困難になる面とがある。

例として挙げられた Hamiltonian system で，Hamiltonian が

$$H=\frac{1}{2}(p_1{}^2+p_2{}^2)+\varepsilon(\cos q_1-1)$$

である場合の，cylindrical な (q_1, p_1)-phase space 上における orbits の挙動についていえば，$(\pm\pi, 0)$ は centers になっており，この点と separatrices とを除けば，すべての orbits は closed orbits（separatrices で囲まれた領域Δ内にあるものは center のまわりをまわる closed orbits，Δの外にあるものは，$q_1=\pi$ のときと $q_1=-\pi$ のときの p_1 が等しく cylinder 上での closed orbits）になっており，separatrices 自身も幾何図形としてはまた cylinder 上の閉曲線になっている．orbits がこのようになるのは，考えている system が Hamiltonian system で

あるためであって，Hamiltonian system の特性がここにはっきり現われている．

たとえば，回転振子の運動をする synchronous motor の運動の場合には，たとえば文献

N. Minorsky : Introduction to Non-Linear Mechanics, 1947,

M. Urabe : Infinitesimal deformation of the periodic solution of the second kind and its application to the equation of a pendulum, J. Sci. Hiroshima Univ., Ser. A, 18 (1954), 183-219.

M. Urabe : The least upper bound of a damping coefficient ensuring the existence of a periodic motion of a pendulum under constant torque, J. Sci. Hiroshima Univ., Ser. A, 18 (1955), 379-389,

に示されているように，cylindrical な phase surface 上の orbits の挙動は上のものとよく似ているが，この場合には system に damping が働き，system は Hamiltonian system ではなく，center のところは focus になり，separatrices は幾何図形として一般には閉曲線にはならず，cylinder 上の closed orbits は現われても discrete にしか現われない．そして parameter の特定の値のときにのみ，

separatrices が幾何図形として cylinder 上で閉曲線になる．

Hamiltonian system は，そうでないものに比べると，上述したようにいろいろな特性をもっているので，最初に述べたように，その研究には容易な面と，また一方ではその特殊性のために困難な面とがあると思う．講演者のこれに対するご意見を承りたい．

質問 2．　初めの質問に関連するが，Hamiltonian system は明らかに structurally stable ではない．structurally stable であるということは，あらゆる小さな変位に対して system の orbits の topological characters がかわらない，ということで，これでは条件が強すぎるのではないか，という疑問は Smale, Zeeman などもよく知っている．何か，ある制限のもとでの変位に対して不変である，ということに弱められないか．たとえば，Hamiltonian system の範囲内での変位ということでは，どうなるのであろうか．講演者の話はこういうことになっているような気がするが，これをめぐってのご意見を承りたい．

コメント．　厳密にいえば，Hamiltonian system とき

れているものでも，微少な damping などがあるので，数学的には Hamiltonian system ではないかも知れないが，現実の現象を解釈する上では Hamiltonian system と見做して扱う方がより適切であるものが少くなく，とくに天体力学の場合はそうであるように思われる。こう考えると，stucturally stable ではない system も現実には重要な意味をもっており，質問者自身，最近人工衛星の軌道計算に関して若干研究を行っているので，本講演には少なからず興味をおぼえた。